

Lecture 1 (Taux de variation moyen (TVM)).

Question 1. Soit $f(x) = 3x - x^2$.

(a) Calculer le taux de variation moyen sur l'intervalle $[1, 1 + h]$

(b) Calculer la pente de la sécante à la courbe de f passant par les points $P(1, f(1))$ et $Q(3, f(3))$.

Question 2. Un mobile se déplace de façon rectiligne. Sa position x en fonction du temps est donnée par $x(t) = \frac{4}{t^2}$, où $x(t)$ est en mètres, t en seconde et $t \in [1s, 5s]$.

(a) Calculer $v_{[2s, 4s]}$

(b) Déterminer la fonction $v(t)$

(c) Calculer :

(i) $v_{t=2s}$;

(ii) $v_{t=4s}$;

Lecture 2 (Taux de variation instantané (TVI)).

Question 3. Soit $f(x) = x^2 - 4$. En utilisant $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$:

(a) Calculer $f'(0)$ et interpréter graphiquement votre résultat

(b) Calculer $TVI_{(3, f(3))}$ et interpréter graphiquement votre résultat

(c) Représenter graphiquement la courbe de f et les tangentes à la courbe aux points $A(0, f(0))$ et $B(3, f(3))$.

Question 4. Soit $f(x) = 2 + \sqrt{3x+1}$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point $P(\frac{1}{4}, f(\frac{1}{4}))$

Lecture 3 (Dérivée d'une fonction- équation de droites).

Question 5. Soit $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - x - 3$.

(a) Trouver la dérivée de la fonction f

(b) Déterminer le point de la courbe de f où la tangente à la courbe de f est :

(i) horizontale ;

(ii) parallèle à la droite d'équation $y = -5x + 2$;

(iii) perpendiculaire à la droite d'équation $y = -5x + 2$;

(c) Déterminer la pente des tangentes à la courbe de f lorsque celle-ci coupe

(i) l'axe des y ;

(ii) l'axe des x

Question 6. Soit $g(x) = \frac{3}{4 + 2x}$

(a) Déterminer $g'(x)$

(b) Déterminer $m_{\tan(1, g(1))}$

(c) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point $(1, g(1))$

Lecture 4 (Dérivabilité-Continuité).

Question 7. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 5 & \text{si } x \leq 1 \\ 4x - x^2 + 3 & \text{si } 1 < x < 3 \\ 2x & \text{si } 3 \leq x < 5 \\ (x - 4)^2 & \text{si } x \geq 5. \end{cases}$ Déterminer si f est continue et dérivable aux

points suivants et, dans le cas où la fonction est dérivable, évaluer cette dérivée.

(a) $A(1, f(1))$

(b) $B(2, f(2))$

(c) $C(3, f(3))$

(d) $D(5, f(5))$

Lecture 5 (Dérivée : Produit, Quotient, et la dérivée en chaîne).

Utiliser les règles de dérivations et les simplifications pour calculer les dérivées suivantes :

Question 8. $\left(\frac{x^3}{x+1}\right)^{1/3}$

Question 9. $\frac{x^2 + \sqrt{x}}{x^3}$

Question 10. $\frac{-9}{5\sqrt[4]{x}}$

Question 11. Supposer que les fonctions f et g sont dérivables, et considérer le tableau des valeurs suivantes.

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
0	1	2	1	3
1	0	1	2	4
2	4	2	1	3
3	2	4	0	2
4	1	3	4	1

Déterminer les valeurs de $f(x)g(x)$ et de $f(g(x))$, et chacune de leur dérivée aux points $x = 0, 1, 2, 3, 4$.

Lecture 6 (Dérivée d'ordre supérieure).

Question 12. Calculer :

(a) $f^{(4)}$ si $f(x) = x^5 + 7x$

(b) $\frac{d^2x}{dt^2}$ si $x(t) = 4.9t^2 + 10t + 1$

Lecture 7 (Dérivation implicite).

Question 13. Calculer :

(a) $\frac{dy}{dx}$ si $x^3 - 4y^3 = 5 - 3x^2$

$$(b) \left. \frac{dy}{dx} \right|_{\substack{x=-1 \\ y=-2}}$$

Question 14. Soit $x^2 + 3y = 5 - 6x$.

(a) Calculer $m_{\text{tan}(-1, \frac{10}{3})}$ et déterminer l'équation de cette tangente.

(b) Déterminer le point de la courbe donnée où la tangente est nulle.

Question 15. Soit $(f(t))^2 = t^2 f(t) + 2t^2 + 4$ telle que $f(1) = 3$. Déterminer $f'(1)$.