

DGD 9- Théorème fondamental du calcul, Surplus du consommateur, du producteur, valeur moyenne d'une fonction

Lecture 1 (Théorème du calcul fondamental).

Question 1. Le tableau suivant donne des valeurs de deux fonctions f et g et de leurs dérivées f' et g' .

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
1	2	-1	4	-3
2	-2	3	-7	6
3	-4	5	-6	7

Déterminer :

- a) $\int_1^3 (4g'(x) - 5f'(x) + 3) dx$
 b) $\int_1^2 \left(\frac{f''(x)}{2} - \frac{g''(x)}{3} - \frac{2}{x} \right) dx$
 c) $\int_2^3 (f'(x)g(x) + f(x)g'(x)) dx$

Question 2. Soit $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

Évaluer $\int_{-2}^3 f(x) dx$

Lecture 2 (Valeur moyenne d'une fonction).

Question 3. Calculer la valeur moyenne des fonctions suivantes sur $[2, 5]$

- a) $f(x) = -4e^{3x+2}$
 b) $g(x) = \frac{1}{x+2}$
 c) $g(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

Lecture 3 (Surplus du consommateur-Surplus du producteur).

Question 4. La fonction demande d'un produit est

$$p = D(x) = \frac{1100}{(x + 100)^{1/2}}$$

tandis que l'équation de la courbe pour l'offre est

$$p = S(x) = \frac{1}{1200}x.$$

Calculez le surplus des consommateurs et le surplus des producteurs pour ce produit, si le prix d'équilibre est de 10 \$ (i.e $p_0 = 10$).

Question 5. *Trouvez*

$$\int x^7 \ln(x) \, dx.$$

Question 6. *Trouvez*

$$\int x(3x + 5)^9 \, dx.$$

Question 7. *Trouvez*

$$\int_0^3 x(2x^2 + 1)^4 \, dx$$

Question 8. *Trouvez*

$$\int_0^2 (4x + 1)e^x \, dx.$$

Question 9. *Trouvez*

$$\int x^2 e^{5x-3} \, dx.$$