Question 23

Domaine de $f(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$

Rappel :

* $\sqrt{u}$ est défini seulement pour $u \in [0, +\infty)$ (i.e $u \geq 0$)
* $\frac{a}{0}$ n'est pas défini (i.e On ne peut pas diviser par zero)

Dans notre cas,

- Il faut que le terme dans la racine, $\frac{x}{1-x}$ soit ≥ 0 (2)
- Il faut que le dénominateur de la fraction, $1-x$ soit $\neq 0$ (1)

(1) $1-x=0 \iff x=1$

Donc il faut $x \neq 1$

(2) On va étudier le signe de $\dfrac{x}{1-x}$

$1-x>0 \iff -x>-1 \iff x<1$

$1-x=0 \iff x=1$

$1-x<0 \iff -x<-1 \iff x>1$

	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$			
$1-x$		$+$			0	$-$	
$\dfrac{x}{1-x}$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	

Donc $\frac{x}{1-x} \geq 0$ sur $[0, 1)$ $\longleftarrow D_f$

Question 24

$g(x) = x^2$ $\quad f(x) = 3x + 1$

$h = g \circ f$ $\quad k = f \circ g$ $\quad g \circ f = g(f)$

Calculer $k(38)$, $h(2)$, $k(2)$, $h(-2)$

* $h(x)$

$h(x) = g(f(x))$ ← on remplace x par f(x) dans g(x)

$= g(3x+1)$ ← On remplace f(x) par son expression

$h(x) = (3x+1)^2$ ← On remplace x par 3x+1 dans l'expression de g(x)

$h(2) = (3 \cdot 2 + 1)^2 = (6+1)^2 = 7^2 = 49$ ← remplace x par 2

$h(-2) = (3 \cdot -2 + 1)^2 = (-6+1)^2 = (-5)^2 = 25$ ← remplace x par -2

* $\underline{k(x)}$

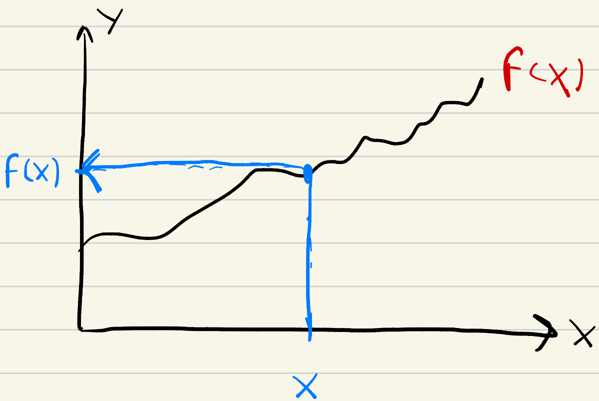
$k(x) = f(g(x))$ ← remplace x par g(x) dans f(x)

$= f(x^2)$ ← remplace g(x) par son expression

$k(x) = 3 \cdot x^2 + 1$ ← remplace x par x^2 dans l'expression de f(x)

- $k(38) = 3 \cdot 38^2 + 1 = 3 \cdot 1444 + 1 = 4332 + 1 = 4333$
- $k(2) = 3 \cdot 2^2 + 1 = 3 \cdot 4 + 1 = 12 + 1 = 13$

Fonction inverse (Ne sera pas évalué lors des contrôles)



$$f(f^{-1}(y)) = y \qquad\qquad f^{-1}(f(x)) = x$$

⚠ $f^{-1}(y)$ est une notation. $f^{-1}(y) \neq \dfrac{1}{f(y)}$

Question 25

Trouver l'inverse de $f(x) = \dfrac{5x-1}{3x+4}$

Supposons que la fonction inverse f^{-1} existe

On a $y = f(x) = \dfrac{5x-1}{3x+4}$

Pour trouver l'expression de la fonction inverse, on exprime x en fonction de y

$$y = \frac{5x-1}{3x+4} \iff y(3x+4) = 5x-1$$

$$\iff 3xy + 4y = 5x - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad 3xy - 5x = -4y - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad x(3y-5) = -4y - 1$$

$$\Leftrightarrow \quad x\,\frac{(3y-5)}{3y-5} = \frac{-4y-1}{3y-5}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{-4y-1}{3y-5}$$

$$= \boxed{-\frac{4y+1}{3y-5} = f^{-1}(y)}$$

Question 26

Trouver l'inverse de $f(x) = -\frac{1}{x}$

Supposons que la fonction inverse f^{-1} existe

posons $y = f(x) = -\frac{1}{x}$

On va exprimer x en fonction de y

$y = -\frac{1}{x} \iff y \cdot x = -\frac{1}{x} \cdot x$

$\iff y \cdot x = -1$

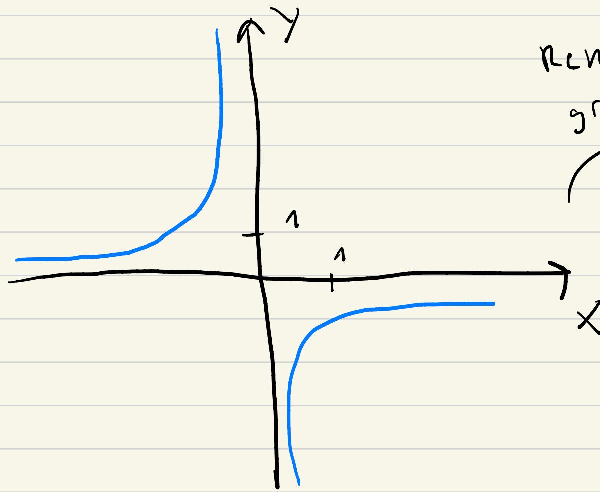
$$\Longleftrightarrow \quad \frac{y}{y} \cdot x = -\frac{1}{y}$$

$$\Longleftrightarrow \quad x = \boxed{-\frac{1}{y} = f^{-1}(y)}$$

On a que $f(x) = -\frac{1}{x}$ et $f^{-1}(y) = -\frac{1}{y}$

Ce sont exactement les mêmes fonctions!

Donc une fonction peut être son propre inverse.



Renverse le graphique